

TALLER AUN MÁS LÓGICA Y CONJUNTOS

1) Definir los siguientes conjuntos por comprensión o extensión, según corresponda:

- a) $B = \{ x \in \mathbb{Z} / x < 6 \}$
- b) $A = \{ 2, 4, 6, 8, \dots \}$
- c) $T = \{ 2, 3, 4 \}$
- d) $D = \{ 5, 7, 9, 11 \}$
- e) $B = \{ x \in \mathbb{R} / x^2 + x + 5 = 0 \}$
- f) $D = \{ x \in \mathbb{R} / (x < 0) \wedge (2x - 5 > 0) \}$

2.1) Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta, luego niegue cada una de las proposiciones.

- a) $(\forall x \in A)(x + 1 > 3)$
- b) $(\exists x \in A)(x + 1 > 3)$
- c) $(\forall x \in A)(x + 2 \leq 7)$
- d) $(\exists x \in A)(x \text{ ó } 6 = 0)$

2.2) Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones :

- (a) $(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 \geq x)$
- b) $(\exists x \in \mathbb{R})(2x = x)$
- c) $(\exists x \in \mathbb{R})(x^3 - x \geq x)$
- d) $(\forall x \in \mathbb{R})(5x > 4x)$

3) Dado el conjunto $A = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$. Encuentre el valor de verdad de los siguientes enunciados:

- a) $(\exists x \in A)(\forall y \in A)[(x + 3 = 6) \Leftrightarrow (y + 3 < 6)]$
- b) $(\exists x \in A)(\forall y \in A)[(x + 3 < 4) \Leftrightarrow (y + 3 \leq 8)]$

4) Escriba por extensión

$$A = \{x \in \mathbb{R} : 2x = 4(x - 2)\} \quad B = \{x : x \text{ es una letra de la palabra "biblioteca"}\}$$

5) Sea $U = \{2, 4, 6, 7, 9, 11\}$, determinar los elementos de los siguientes conjuntos :

- (a) $\{x \in U / x \text{ es par}\}$
- (b) $\{x \in U / 3x + 8 = 26\}$
- (c) $\{x \in \mathbb{R} / (2x - 7) \in U\}$

6) Obtenga la negación de las siguientes proposiciones

a) $(\exists x \in A)(\sim p(x)) \Rightarrow (\exists x \in A)(p(x))$

b) $(\exists x \in A)(p(x) \wedge q(x))$

c) $(\exists x \in A)(p(x)) \wedge (\forall x \in A)(\sim q(x))$

d) $(\forall x \in A)(p(x)) \Rightarrow (\forall x \in A)(q(x))$

e) $(\exists x \in A)(\sim(p(x))) \Rightarrow (\forall x \in A)(\sim q(x))$

f) $(\forall x \in A)(\exists y \in B)(x \notin \{y\} \Rightarrow y \notin \{x\})$

g) $((\forall x \in A)(x \in A \Rightarrow x \in B))$

7) Sea $U = \{x \in \mathbb{N} / x < 15\} = \mathbb{N} \cap [0, 15[$

$A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 10, 11\}; B = \{4, 7, 9, 10, 11, 12\}; C = \{3, 4, 6, 7, 9, 11, 13\}$

Determinar por extensión:

7.1) $A \cup (B \cup C)^c$ 7.2) $(A \cup C)^c \cup (B \cup C^c)$ 7.3) $(A \cup B) \cap (B \cup C)^c$

8) Si $U = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 9\}; A = \{1, 2, 3, 4\}; B = \{4, 5, 6, 7\}; C = \{6, 7, 8\}$

Encuentre: 8.1) $(A \cap C^c)^c$ 8.2) $[(A \cup B) \cap C]^c$ 8.3) $A - (B \cup C)^c$

9) Exprese los siguientes conjuntos con las mínimas operaciones

9.1) $(A \cup B)^c \cup (A \cap B^c)$ 9.2) $((B \cup A)^c \cup B)^c \cup (B \cup C)$

10) Si A y B subconjuntos del universo U. Demostrar formalmente

(por pertenencia, o definiciones) que :

10.1) $A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) \subseteq B$ 10.2) $((A^c \cap B^c) \cup B^c) = (A \cap B)^c \cup B^c$

10.3) $(A \cup B)^c = (A^c \cap B^c)$ 10.4) $A = B \Leftrightarrow (A \cup B) \cup (B \cup A) = \phi$

11) Sean A y B conjuntos, U universo.

Demostrar aplicando propiedades (teoremas) que:

11.1) $(A \cup B)^c \cup (A^c \cap B) = A^c$ 11.2) $(A \cup B) \cup B = A \cup B$

11.3) $(A \cup U) \cup A^c = U$ 11.4) $((A \cup \emptyset)^c \cup A)^c = \emptyset$