

TALLER POLINOMIOS

1.- Dado el polinomio : $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$; Evaluar el polinomio $P(x)$ en

$$\alpha = -1 ; \alpha = -\frac{1}{2} ; \alpha = \frac{1}{2} ; \alpha = 3,2 ; \text{Determine el período del racional } P\left(\frac{1}{3}\right)$$

Nota: Si $P(\alpha) = 0$; entonces se dice que α es un cero , o raíz de P

2.- Verifique si: $\alpha = -2 ; \alpha = \frac{1}{2} ; \alpha = 3$; son raíces de $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$

3.- Dado el polinomio : $P(x) = 6x^3 + 13x^2 - 4$; Evaluar el polinomio $P(x)$ en

$$\alpha = -1 ; \alpha = \frac{1}{2} ; \alpha = 1,5 ;$$

¿ Están todas las raíces de $P(x)$ en $\mathbb{Z}$? ; Justifique su respuesta!!

4.- Considere el polinomio $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$;

$$\text{Verifique si : } P(-1) = P(1) \wedge P(-2) = P(2)$$

¿ Es $P(n) = P(-n)$, $\forall n \in \mathbb{N}$? ; Justifique su respuesta ;

5.- Considere: $P(x) = 9x^4 - 36x^3 - \frac{7}{4}x^2 + \frac{29}{4}x - 1$

$$\text{Obtenga los valores de } P\left(\pm \frac{1}{2}\right) ; P\left(\pm \frac{1}{3}\right) ; P\left(\pm \frac{1}{6}\right)$$

6.- Considere el polinomio $P(x) = 36x^4 - 25x^2 + 4$;

$$\text{Verifique si : } P\left(-\frac{2}{3}\right) = P\left(\frac{2}{3}\right) \wedge P\left(-\frac{1}{2}\right) = P\left(\frac{1}{2}\right)$$

¿ Es $P\left(\frac{a}{b}\right) = P\left(-\frac{a}{b}\right)$, $\forall \frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$? ; Justifique su respuesta ;

7.- Dados los polinomios: $P(x) = x^2 - \sqrt{2}x + 1$; $Q(x) = x^2 + \sqrt{2}x + 1$

$$\text{Evalúe : } P(\sqrt{2}) ; Q(\sqrt{5}) ; P(\sqrt{8}) ; Q(-1)$$

8.- Se sabe que $\alpha = \frac{1}{2}$ es raíz doble del polinomio $P(x) = 16x^4 + 4x^3 - 12x^2 + x + 1$,

Determine una factorización de $P(x)$

9.- Si $P(x)$; $Q(x)$ son los polinomios definidos en 7.-

Verifique que la siguiente afirmación:

$P(\sqrt{n})Q(\sqrt{n})$ es un número natural , ¿Es verdadera para todo natural n ?

10.- $P(x)$; $Q(x)$ son los polinomios definidos en 7.-

Que puede decir de la siguiente afirmación:

Si n es un número natural; $P(\sqrt[4]{n})Q(\sqrt[4]{n})$ es un número natural .

11.- Verifique que la afirmación: $p(x) = x^4 + 1$ es un polinomio no factorizable en $\mathbb{R}$ es falsa

12.- Considere el polinomio $p(x) = 3x^4 - 10x^3 + 10x - 3$

12.1) Determine si la proposición:

$\alpha_{x_0} = \frac{2}{3}$ es raíz de $p(x)$ ó, es verdadera o falsa

12.2) Verifique que $p(\frac{1}{3}) = p(-1)$

12.3) Obtenga una factorización de cuatro factores ólineales para $p(x)$.

Solución.

12.1)

	3	-10	0	10	-3
$\frac{2}{3}$		-2	8	$\frac{16}{3}$	$\frac{28}{9}$
	3	-12	8	$\frac{14}{3}$	$\frac{55}{9}$

Así $p(\frac{2}{3}) = \frac{55}{9} \neq 0$, entonces la proposición: $\alpha_{x_0} = \frac{2}{3}$ es cero o raíz de $p(x)$ ó, es falsa

12.2) Para evaluar $p(\frac{1}{3})$:

	3	-10	0	10	-3
$\frac{1}{3}$		1	-3	-1	3
	3	-9	-3	9	0

Para evaluar $p(\frac{1}{3})$:

	3	$\frac{1}{3}$	0	10	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	13	$\frac{1}{3}$	3
	3	$\frac{1}{3}$	13	$\frac{1}{3}$	0

Luego: $p(\frac{1}{3}) = p(\frac{1}{3}) = 0$

12.3) de 12.2) se tiene que $x = \frac{1}{3} \wedge x = \frac{1}{3}$, son ceros o raíces de $p(x)$

Es importante notar que de la tabla de 12.2) se tiene:

$$p(x) = 3x^4 - 10x^3 + 10x - 3$$

$$= (x - \frac{1}{3})(3x^3 - 9x^2 + 3x + 9)$$

Así:

	3	$\frac{1}{3}$	0	10	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$		1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	3
$\frac{1}{3}$	3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	9	0
		$\frac{1}{3}$	12	$\frac{1}{3}$	
	3	$\frac{1}{3}$	9	0	

Luego se tiene:

$$p(x) = 3x^4 - 10x^3 + 10x - 3 = (x - \frac{1}{3})(x + 1)(3x^2 - 12x + 9)$$

$$\text{Pero: } 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3) = 3(x - 3)(x - 1)$$

$$\text{Así finalmente: } p(x) = 3(x - \frac{1}{3})(x + 1)(x - 3)(x - 1)$$